

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №5» города
Когалыма (МАОУ «Средняя школа № 5»)

«Рассмотрено и принято»
на заседании педагогического
совета от 31.08.2023г. протокол
№12

Программа элективного курса
«Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»
10а класс
1ч. в неделю

Составитель Булгакова М.В.

2023г.

Пояснительная записка

Необходимость введения курса «Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» обусловлена тесной взаимосвязью таких задач с физическими процессами и геометрическими закономерностями, включением их в задания олимпиад, конкурсов, ЕГЭ.

Практика работы в школе показывает, что рациональные и иррациональные уравнения и неравенства - это один из сложнейших разделов школьного курса математики, представляющий для школьников наибольшую трудность, как в логическом, так и в техническом плане. Решение рациональных и иррациональных уравнений и неравенств можно считать деятельностью, близкой по своему характеру к исследовательской. Выбор метода решения, запись ответа совершенствуют умения наблюдать, сравнивать, анализировать, строить схемы и графики, выдвигать гипотезу и обосновывать полученные результаты. Решение рациональных и иррациональных алгебраических задач проверяют не только умение работать по алгоритму, но и способность к поиску нестандартных решений, формируя при этом творческий подход к выполнению заданий.

Данный элективный курс «поддерживает» изучение профильного предмета, выстраивает индивидуально-образовательную траекторию учащегося, а также позволяет сократить разрыв между требованиями, предъявляемыми к выпускнику при выполнении заданий итоговой аттестации и школьной программой. В процессе его изучения учащиеся знакомятся с методами решения рациональных и иррациональных алгебраических задач приобретают навыки рационального поиска решения, открывают перед собой эвристические приемы, ценные для математического развития личности.

Основной **целью** изучения курса является:

1. Систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочнение умений, необходимых для продолжения образования в вузах с повышенными требованиями к математическому образованию выпускников средней школы.
2. Получение общего представления об элементарной алгебре и применяемых в ней методах как о составляющей всей математики как науки.
3. Развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей культуры.
4. Овладение общими приемами организации действий: планированием, осуществлением плана, анализом и выражением результатов действий.

При изучении курса «Алгебра плюс» перед учащимися ставятся следующие конкретные **задачи**:

- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными функциями/выражениями; овладение навыками соответствующих алгебраических преобразований выражений и логических преобразований алгебраических задач;

- овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;

— освоение методов решения и исследования вычислительных и логических задач с параметрами;

— получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математического анализа) с элементарной алгеброй на основе использования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

Элективный курс предполагает включение в содержание программы теоретического и практического материала. Теоретическая часть содержит упорядоченные сведения об

уравнениях и неравенствах с параметром, способы их решения и обоснование, а практическая – задачи различных типов, разного уровня сложности, предназначенные для индивидуальной, парной, групповой и коллективной форм работы. Значительное место отводится самостоятельной математической деятельности учащихся – решению задач, проработке теоретического материала, подготовке сообщений, презентаций. Особое внимание на занятиях уделяется организации научно-исследовательской деятельности учащихся и формированию у них умения конструировать задания.

Методы, применяемые на занятиях, подобраны в соответствии с содержанием курса, особенностями тематики и органично сочетают лекции, семинары, практикумы.

В процессе преподавания элективного курса важным компонентом являются **средства обучения**:

- печатные пособия (учебники, раздаточный и дидактический материалы);
- наглядные пособия (плакаты, графики, таблицы);
- электронные образовательные ресурсы (мультимедийные средства обучения).

При планировании элективного курса учтена возможность включения разнообразного иллюстративного материала, мультимедийных и интерактивных моделей, использование компьютерной информационной базы для организации самостоятельной работы школьников при повторении теоретического материала и тестирования для проверки и контроля знаний.

Требования к уровню подготовки учащихся Образовательные результаты (планируемые результаты обучения)

Предметные знания. Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с параметрами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений). Формула Кардано-Тарталья.

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов, Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными — координатная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограниченности, оценок и монотонности. Системы с тремя переменными — основные методы.

Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный (метод «Оха»).

История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).

Предметные умения, которыми должны овладеть учащиеся по изучении данного курса:

- умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.

Общеинтеллектуальные умения:

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

Общекультурные компетенции:

- понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Учебно-тематический план

<i>№ п/п</i>	<i>Наименование разделов, тем</i>	<i>Часы учебного времени</i>	<i>Плановые сроки прохождения тем</i>
1	Логика алгебраических задач	6 часов	10 класс
2	Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения	22 часа	10 класс
3	Рациональные алгебраические уравнения и неравенства	6 часов	10 класс

Программа курса

Тема 1. Логика алгебраических задач

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.
Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.

Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной.
Свойства числовых неравенств.

Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.

Алгебраические задачи с параметрами.

Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.

Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения

Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R, Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольцо многочленов.

Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.

Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.

Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.

Элементы переклассификационной комбинаторики: перестановка, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.

Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.

Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.

Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.

Графический анализ кубического уравнения $x^3 + Ax = B$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.

Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.

Линейная замена, основанная на симметрии.

Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.

Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.

Представление о рациональных алгебраических выражениях.

Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.

Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.

Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.

Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.

Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.

Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Содержание курса

Тема 1. Логика алгебраических задач

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.
Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.
Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной.
Свойства числовых неравенств.
Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.
Алгебраические задачи с параметрами.
Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения

Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R , Q и над кольцом T . Степень многочлена. Кольца многочленов.
Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.
Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.
Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.
Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.
Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.
Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.
Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.
Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.
Графический анализ кубического уравнения $x^3 + Ax = B$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.
Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.
Линейная замена, основанная на симметрии.
Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.
Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства

Представление о рациональных алгебраических выражениях.
Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.
Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.
Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.
Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.
Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.
Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.

Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Список литературы

1. Земляков А.Н. Алгебра+: рациональные и иррациональные задачи. Элективный курс: Методическое пособие/ А.Н.Земляков. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
2. Земляков А.Н. Алгебра+: рациональные и иррациональные задачи. Элективный курс: Учебное пособие/ А.Н.Земляков. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

Календарно-тематическое планирование

по элективному курсу

«Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»

10 класс

<i>№ урока</i>	<i>Тема урока</i>	<i>Дата по плану</i>	<i>Дата по факту</i>
	Глава 1. Логика алгебраических задач § 1.1. Основные понятия: алгебраические задачи, решения, равносильность		
1	Алгебраические задачи как предложения с переменными. Равносильность и следование задач		
2	Равносильность уравнений и систем с одной переменной. Совокупности и системы алгебраических задач		
3	Следование уравнений с одной переменной. Неравенства с переменной и числовые неравенства		
	§ 1.2. Задачи с параметрами и логические алгебраические задачи		
4	Что такое задача с параметром. Логические задачи с параметрами		
5	Логические и кванторные формулировки задач с параметрами. Функционально-графическая интерпретация задач с параметрами		
6	Координатная интерпретация задач с параметрами		
	Глава 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения § 2.1. Корни многочленов. Теорема Везу		
7	Числовые кольца и поля. Кольца многочленов. Корни многочленов и полиномиальных уравнений		
8	Деление многочленов на двучлен. Теорема Безу		
9	Алгоритмы деления на двучлен. Метод Руффини—Горнера		
10	Делимость многочлена на двучлен. Число корней многочлена		
11	Формулы сокращенного умножения		
12	Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Задание многочлена его значениями. Многочлены Лагранжа.		
	§ 2.2. Разложение многочленов. Теорема Виета и комбинаторика.		
13	Полностью разложимые многочлены. Первые теоремы Виета. Решение систем Виета. Пример		
14	Комбинаторное отступление 1: перестановки. Перестановки с повторениями и системы Виета		
15	Комбинаторное отступление 2: сочетания. Комбинаторное отступление 3: размещения		
16	Общая система и теорема Виета		
17	Формула Ньютона для степени бинома		
	§ 2.3. Уравнения низших степеней		
18	Линейная замена переменной в квадратном трехчлене		
19	Линейная замена переменной в многочленах		
20	Метод Руффини—Горнера и треугольник Паскаля		
21	Решение кубических уравнений		
22	Графическое исследование кубического уравнения		

23	Уравнения степени 4: схема Феррари		
	§2.4. Уравнения разных степеней. Методы упрощения. Простейшие полиномиальные уравнения. Линейные замены, основанные на симметрии		
25	Метод разложения. Поиск рациональных корней		
26	Применение теоремы о рациональных корнях к решению уравнений		
27	Применение теоремы о корнях к числовым задачам		
28	Разложение методом неопределенных коэффициентов		
	Глава 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства		
	§ 3.1. Рациональные алгебраические уравнения		
29	Рациональные алгебраические выражения и задачи. Метод замены		
30	Симметрические и кососимметрические уравнения		
	§ 3.2. Рациональные алгебраические неравенства		
31	Зачем бывает нужно решать неравенства? Простейшие рациональные неравенства		
32	Методы решения рациональных алгебраических неравенств		
33	Сведение к системам неравенств. Метод интервалов		
34	Метод замены		
35	Зачет		